

1年5章平面図形 「基本の作図」 垂直二等分線, 角の二等分線, 垂線

1 問題と問題の意図 (全3時間)

＜問題1＞ 1時間目

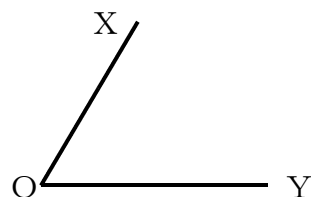
線分ABを対角線とするひし形を作図しなさい。



＜問題2＞ 2時間目

$\angle XOY$ を1つの角とするひし形を作図しなさい。

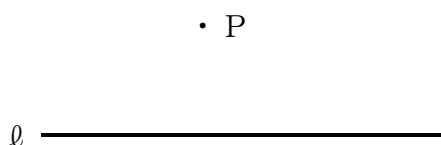
(注)  $XO$ と $YO$ の長さを少しだけ異なるようにかく。



＜問題3＞ 3時間目

点Pを1つの頂点として, 対角線が直線 $l$ 上にあるひし形とたこ形を作図しなさい。

(対角線が直線 $l$ に重なる)



＜問題の意図＞

全国学力・学習状況調査結果からも明らかなように\*, 作図の根拠がしっかりと理解できていないため, 作図の方法を説明されても, それがどんな作図になるのか判断できない生徒が多い。

そこで, 基本の作図(垂直二等分線, 角の二等分線, 垂線)を一体としてとらえ, 共通した考え方(ひし形・たこ型の対称性を根拠にする)に基づくことで, 作図の根拠の理解を深めたいと考えた。

2 本時の目標 (3時間共通)

基本的な作図の方法とその根拠を理解し, 作図することができる。

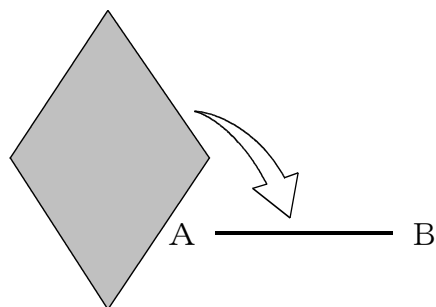
3 授業の流れ

1時間目 (垂直二等分線)

(1) ひし形とは「4辺の長さが等しい四角形」を確認して, 画用紙で作ったひし形(裏面に対角線を記入)を掲示しながら問題を提示する。

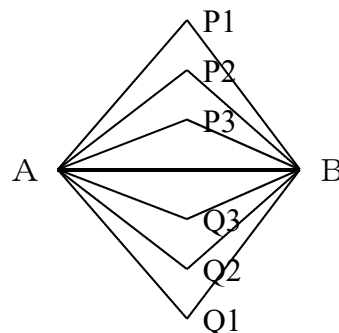
(2) 少し時間を置いた後， 3人の生徒を指名して黒板に異なる色のチョークで重ねがきさせる。他の生徒にはノートに2つ目， 3つ目を重ねがきさせる。

なお生徒は， 辺の長さが  $AB$  を超えるようなひし形をイメージしにくいようなので意図的に示唆するとよい。



(3) 「クラス全員がひし形を重ねがきしたとして，  $P_1, P_2, P_3 \dots P_{40}, Q_1, Q_2, Q_3 \dots Q_{40}$  これらの点の集まりは何になるだろうか」と発問すると， 次のような意見が出てくる。

- ・直線になる。
- ・直線は  $AB$  に垂直になっている。
- ・直線は  $AB$  の中点を通っている。

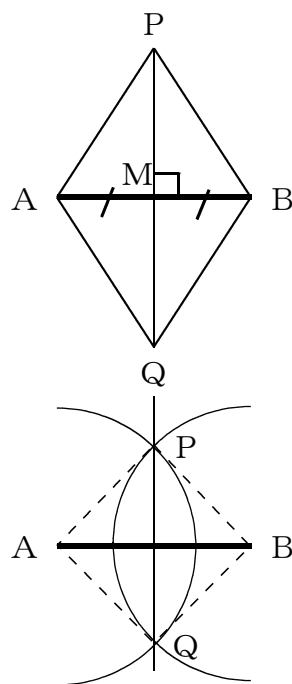


(4) ひし形は対角線を対象の軸とする線対称な図形なことから， 右の図で次のようになる。

$$PQ \perp AB, AM = BM$$

この性質を利用して， 線分の垂直二等分線を作図することができることを確認する。

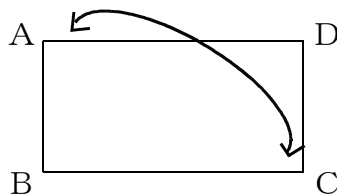
また， 線分  $AB$  の垂直二等分線上の点は，  $A, B$  から常に等しい距離にあることを理解させる。



(5) 右のような問題に取り組ませる。

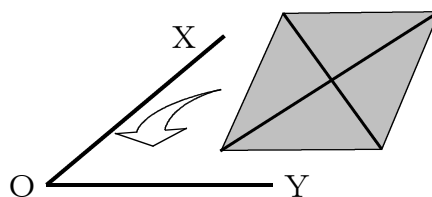
**問題** 長方形  $ABCD$  で， 頂点  $A$  と頂点  $C$  が重なるように折るとき， 折り目となる直線を作図しなさい。

(6) 教科書で本時の内容を確認して練習問題に取り組ませる。



## 2 時間目（角の二等分線）

(1) 画用紙で作ったひし形を掲示しながら問題を提示する。



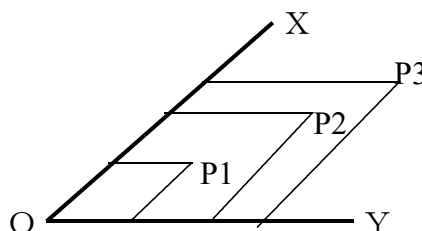
(2) 2点 X, Y から等距離にある点を結んでひし形としている生徒が多い。そこで、

「本当に4つの辺が等しいのか」と問いかけ、 $XO = YO$ とは限らないことを確認して、はじめにOから等しい距離の点を決める必要を理解させる。

(3) 3人の生徒を指名して、黒板に重ねがきさせる。他の生徒には、ノートに2つ目、3つ目を重ねがきさせる。「クラス全員がひし形を重ねがきしたとして、 $P_1, P_2, P_3 \dots P_{40}$

これらの点の集まりは何になるだろうか」と発問すると、次のような意見が出てくる。

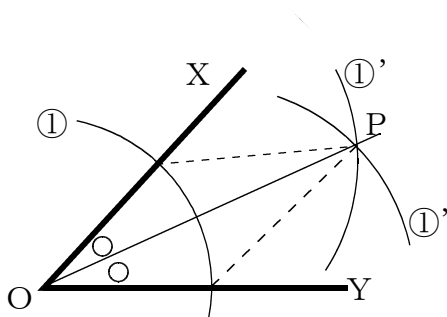
- ・直線になる。
- ・直線は $\angle XOY$ を2等分している。



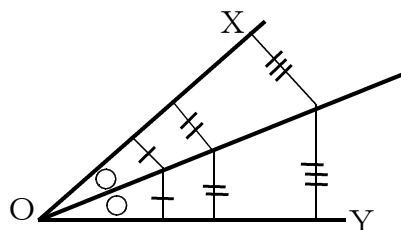
(4) ひし形は対角線を対象の軸とする線対称な図形から、右の図で次のようになる。

$$\angle XOP = \angle YOP$$

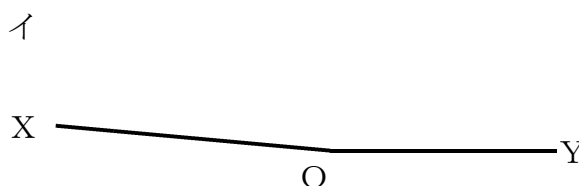
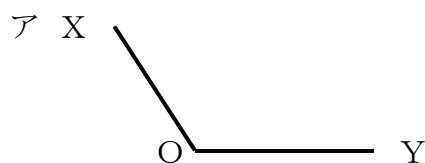
この性質を利用して、右のような手順で角の二等分線を作図することができることを確認する。



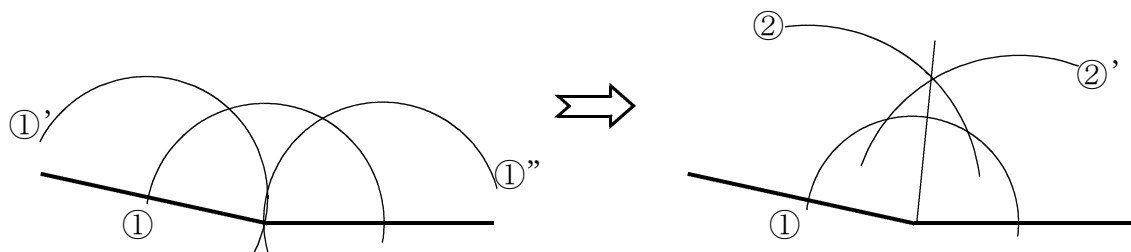
また、角の二等分線が $\angle XOY$ の対称軸になっていることから、角の二等分線上の点からXO, YOまでの距離は常に等しいことを理解させる。



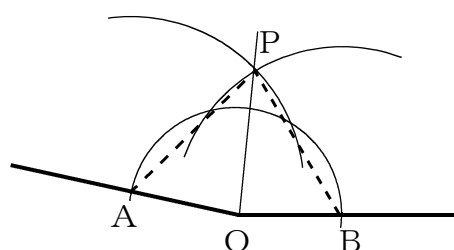
(5) 次の問題（ $\angle XOY$ の二等分線の作図）を提示する。



次の図のように、イではひし形の考えで作図するのが難しい。そこで①と②、②'のように半径の長さを変えることで作図できることを確認する。

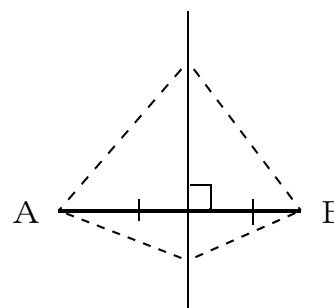


このとき四角形PAOBは、となり合う2組の辺の長さが等しい四角形で「たこ形」という。たこ形は、POを対称の軸とする線対称な図形であることを確認する。



(5) 教科書で角の二等分線の作図の方法を振り返る。ひし形はたこ形の特別な場合と考えられるので、たこ形の性質を活用することで作図できることを確認する。

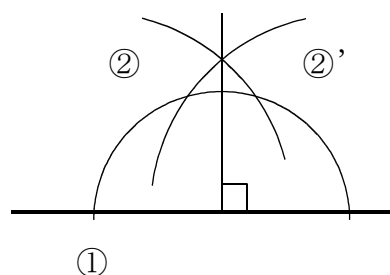
また、前時に学習した垂直二等分線の作図を振り返らせ、たこ形の性質を使っても作図できることを確認しておく。



(6) 次のような問題に取り組ませる。

- 問題** ア  $90^\circ$  を作図しなさい。  
イ  $45^\circ$  を作図しなさい。

ここで、アの作図を「線上の点から垂線を作図する」方法であることを説明する。



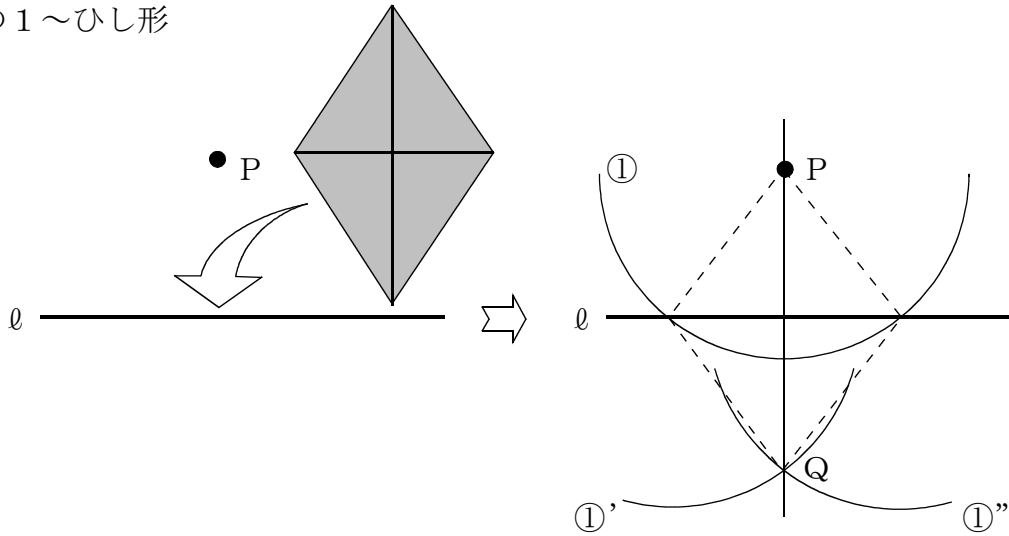
(7) 教科書の練習問題で定着させる。

### 3時間目（直線外の点から直線への垂線）

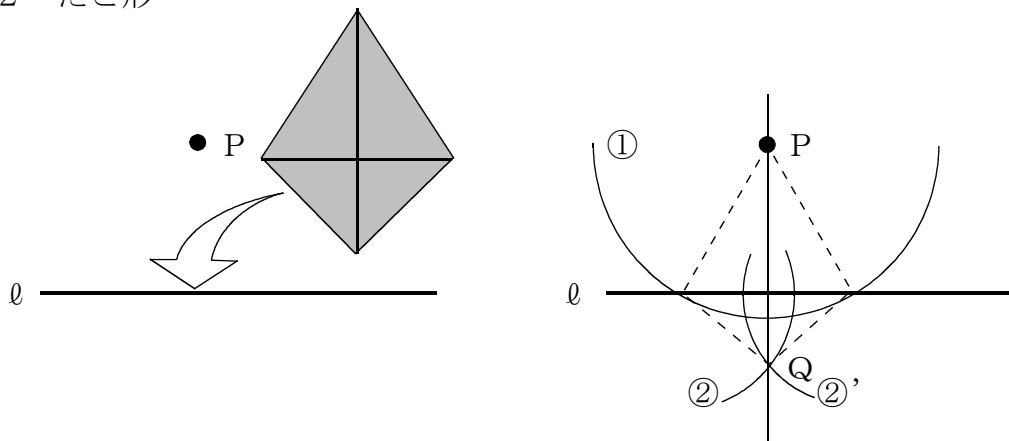
(1) 画用紙で作ったひし形とたこ形を掲示しながら問題を把握させる。

少し時間を与えると、次のように、はじめに点Pにコンパスの針を置いてかき始める作図の方法が出てくる。

その1～ひし形

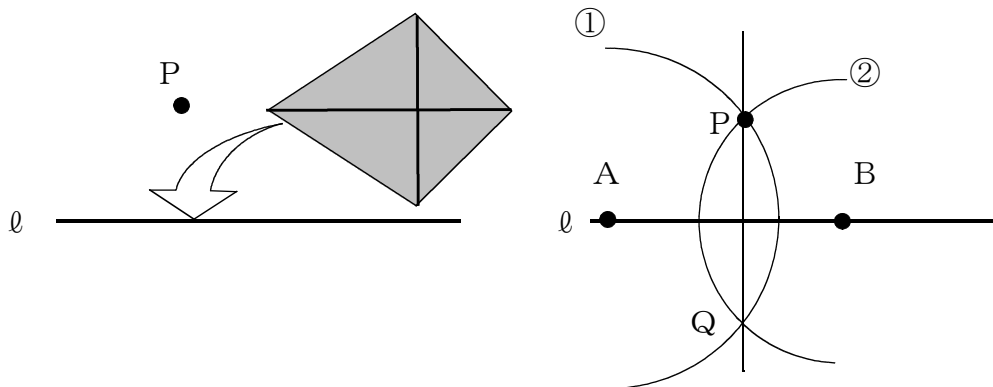


その2～たこ形



ひし形やたこ形では対角線が垂直に交わっていることから  $l \perp PQ$  となり、直線外の点Pから直線 $l$ への垂線の作図になっていることを理解させる。  
 (2) 画用紙で作ったたこ形をその3のように示すと、次のように直線上の適当な2点A, Bから点Pを通るような弧を交わるようにかく作図の方法が出てくる。

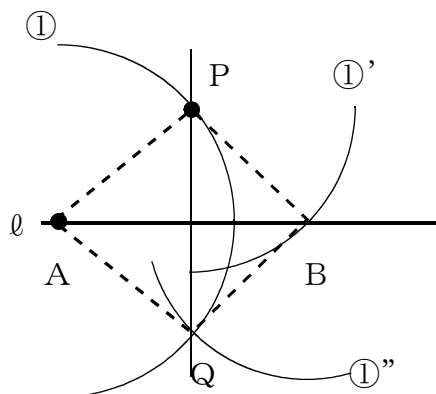
その3～たこ形



さらに次のようにひし形をかいて垂線を作図することもできる。

その4～ひし形

- i 直線 $l$ 上に適当な点Aをとり、半径APの弧①をかく。
- ii 点Pを中心に同じ半径で弧①'をかき、直線 $l$ との交点をBとする。
- iii 点Bを中心に同じ半径で弧①''をかき、弧①との交点をQとすると四角形PAQBはひし形になる。

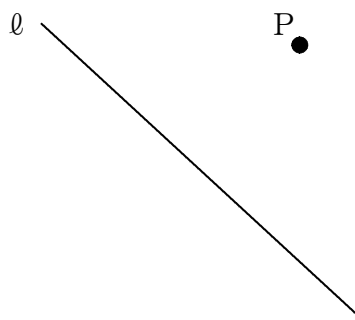


(3) 教科書で直線外の点から直線に垂線を作図する方法を振り返る。前時の角の二等分線の作図と同様に、ひし形はたこ形の特別な場合と考えられるので、たこ形の性質を活用することで作図できることを確認する。

(4) 右のような問題に取り組みさせる。

**問題**

点Pから直線 $l$ までの距離を表す線分を作図しなさい。



(5) 教科書の練習問題で定着させる。

\*平成28年度全国学力・学習状況調査中学数学A $\boxed{4}$  (1)の正答率は31.1%

文責 沼澤和範 (旭川市立中央中学校) 2018.1